FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

ASIGNATURA: MATEMÁTICA PARA LA INGENIERÍA

DOCENTE: MG. EFRACIO HERMINIO ASIS LÓPEZ

TEMA:

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE COORDENADAS POLARES.

CICLO: IV

GRUPO: 05

INTEGRANTES:

CUTIPA TICONA ANTONY CARLOS

POCCOHUANCA CHOQUEPATA LISBETH

CANDY QUILCATE VALENCIA LOUIS MARLON

RAMIREZ SILUPU PEDRO PABLO

SANTILLAN SALDAÑA CARLOS

3/12/2025

INTRODUCCIÓN

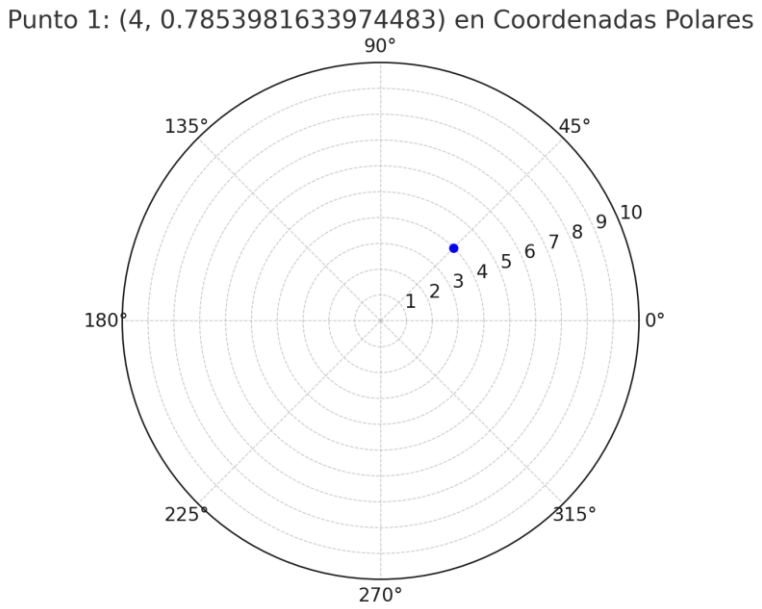
En el campo de la ingeniería, el uso de conceptos matemáticos fundamentales, como los **números reales** y las **expresiones racionales**, es esencial para modelar, analizar y resolver problemas prácticos que involucran sistemas y procesos físicos. Las ecuaciones que describen fenómenos como el flujo de agua en una tubería, la distribución de tensiones en un circuito eléctrico o el comportamiento de materiales bajo cargas externas, son típicamente representadas mediante expresiones matemáticas que se resuelven utilizando estos conceptos.

Las **expresiones racionales**, que son cocientes de polinomios, permiten simplificar la representación de relaciones entre variables, lo que facilita el análisis de sistemas complejos. Además, los **números reales** se utilizan para cuantificar magnitudes continuas, como distancias, tiempos, velocidades y fuerzas, permitiendo a los ingenieros calcular valores precisos y realizar predicciones sobre el comportamiento de los sistemas que diseñan.

En este contexto, este documento presenta dos situaciones problemáticas contextualizadas en el ámbito de la ingeniería, en las cuales se emplean números reales y expresiones racionales para resolver problemas prácticos. A través de estos ejemplos, se demuestra cómo las herramientas matemáticas son fundamentales para la toma de decisiones en proyectos de ingeniería, garantizando la eficiencia, seguridad y funcionalidad de los sistemas diseñados.

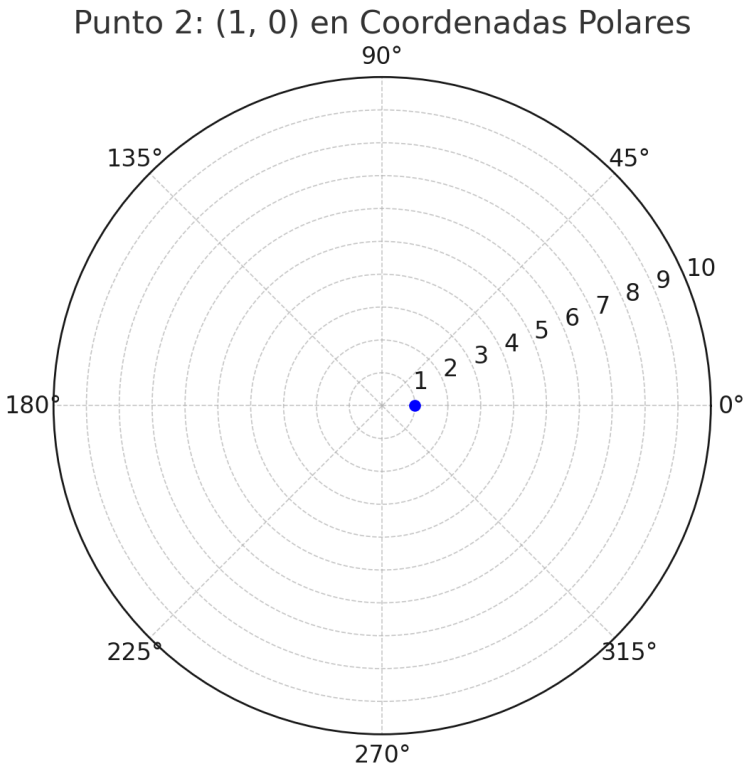
1. Localice el punto que tienen las coordenadas polares dadas.

a) Coordenadas Polares (4, 0.7853981633974483)



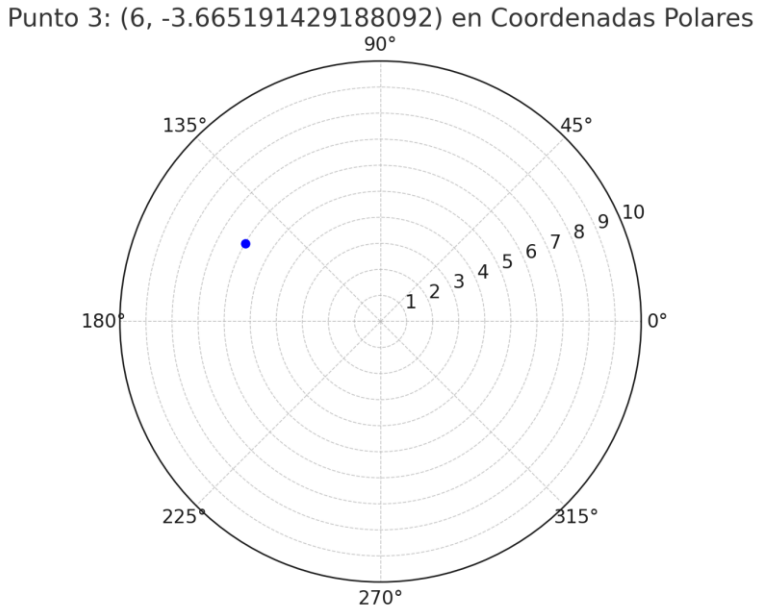
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (4, 0.7853981633974483).

b) Coordenadas Polares (1, 0)



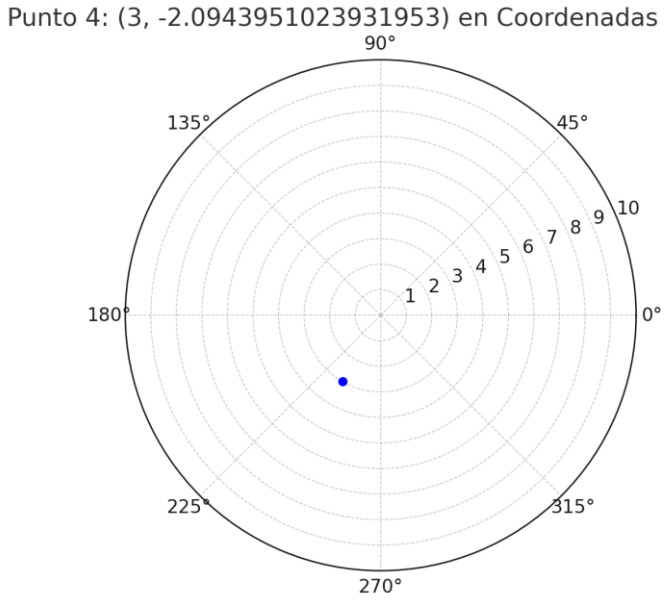
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (1, 0).

c) Coordenadas Polares (6, -3.665191429188092)



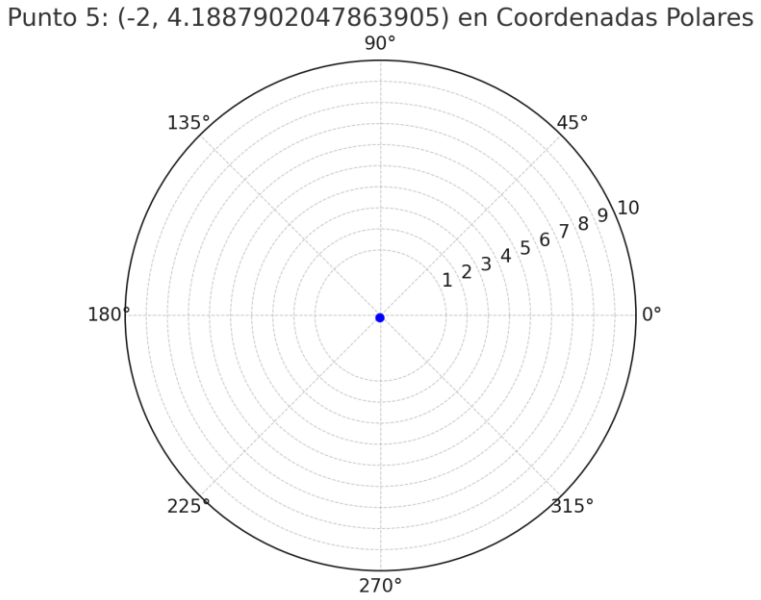
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (6, -3.665191429188092).

d) Coordenadas Polares (3, -2.0943951023931953)



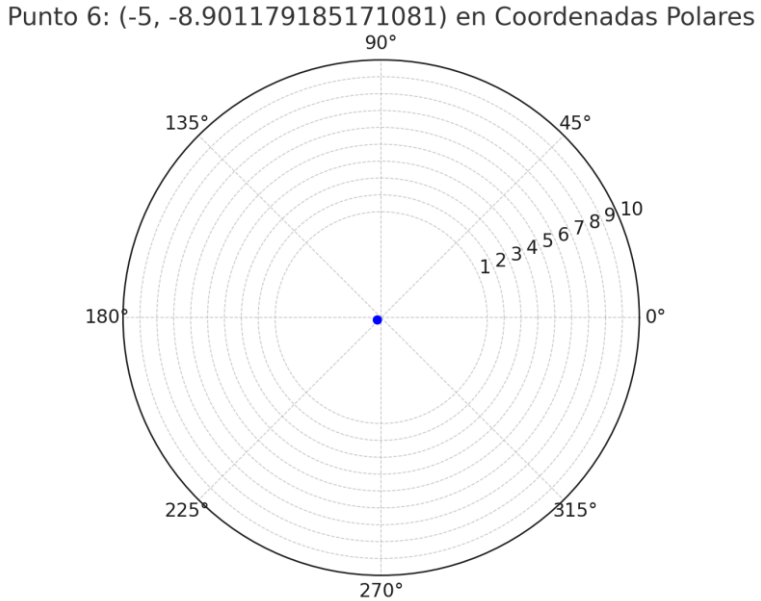
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (3, -2.0943951023931953).

e) Coordenadas Polares (-2, 4.1887902047863905)



Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (-2, 4.1887902047863905).

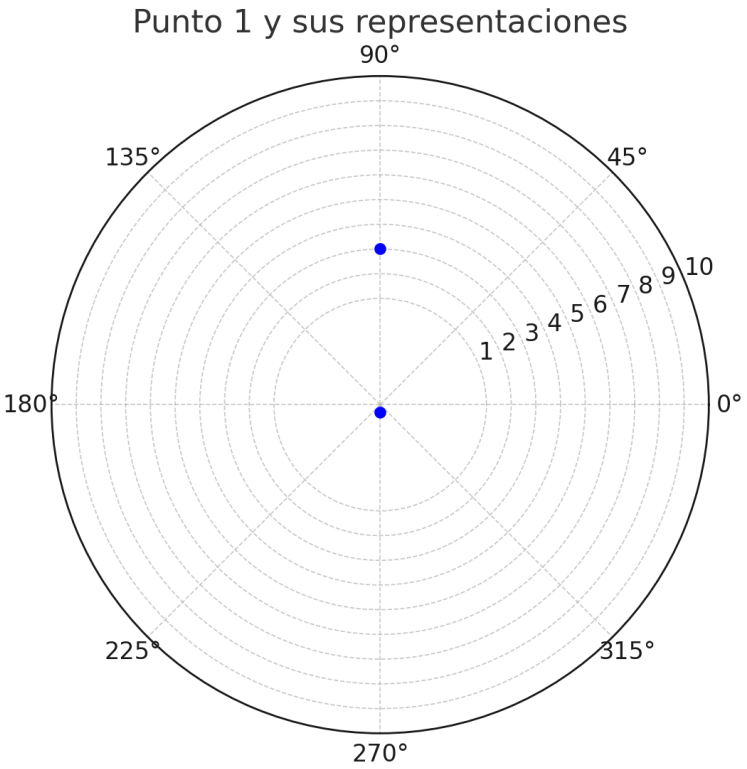
f) Coordenadas Polares (-5, -8.901179185171081)



Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (-5, -8.901179185171081).

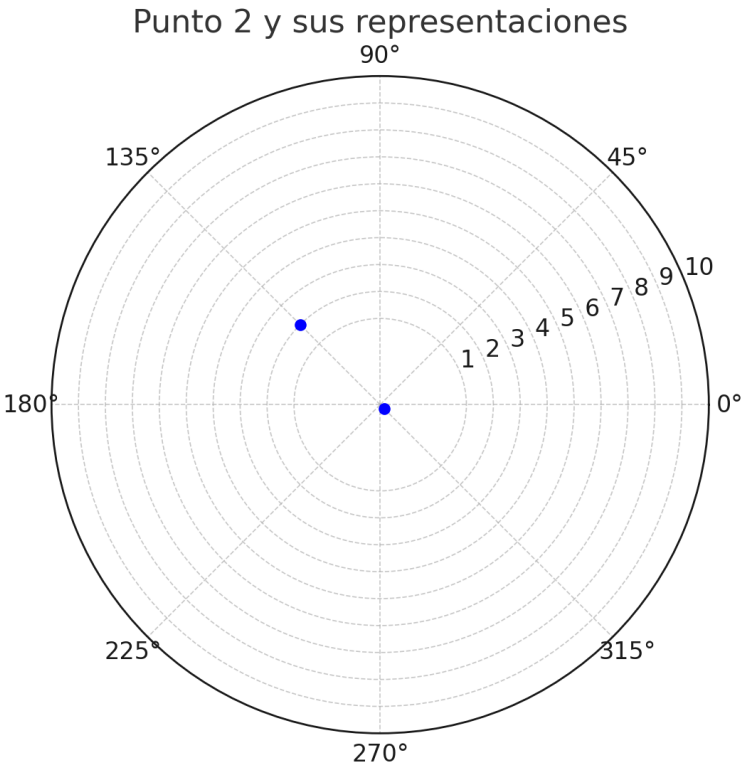
2. Localice el punto que tienen las coordenadas polares dadas. A continuación, dé otras dos representaciones de coordenadas del punto, una con $r < 0$ y la otra con $r > 0$.

a) Coordenadas Polares (3, 1.5707963267948966) y sus representaciones



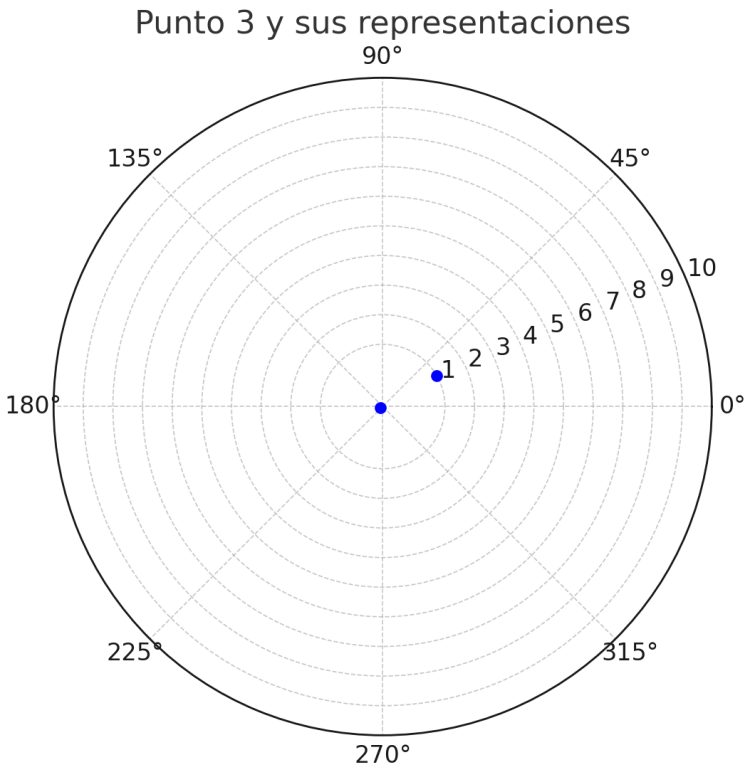
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (3, 1.5707963267948966). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

b) Coordenadas Polares (2, 2.356194490192345) y sus representaciones



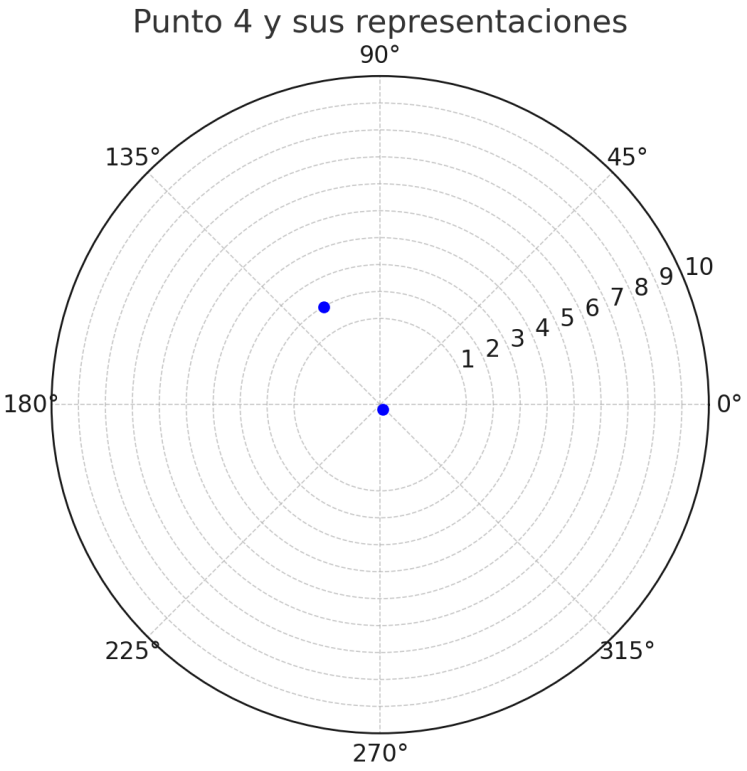
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (2, 2.356194490192345). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

c) Coordenadas Polares (-1, 3.665191429188092) y sus representaciones



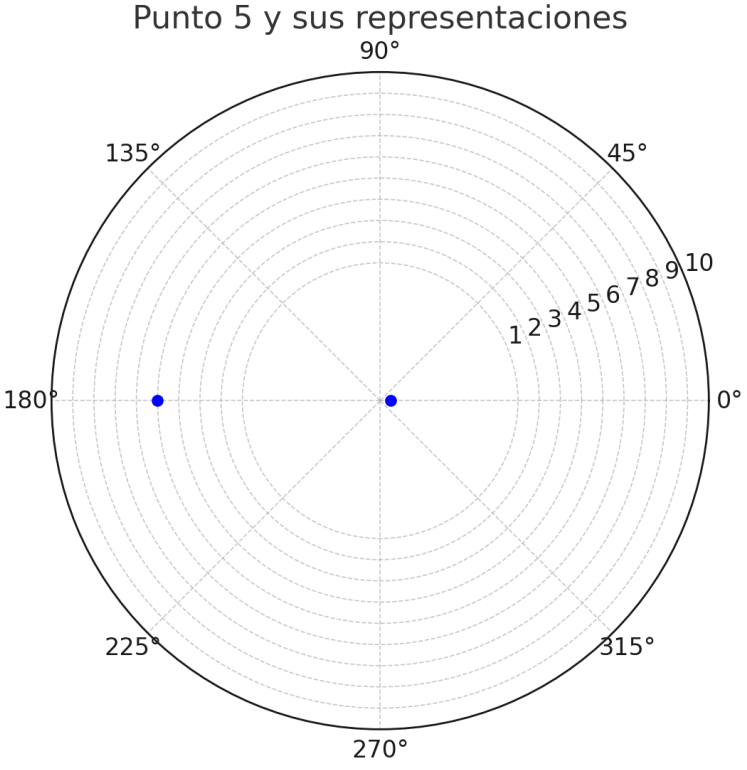
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (-1, 3.665191429188092). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

d) Coordenadas Polares (-2, -1.0471975511965976) y sus representaciones



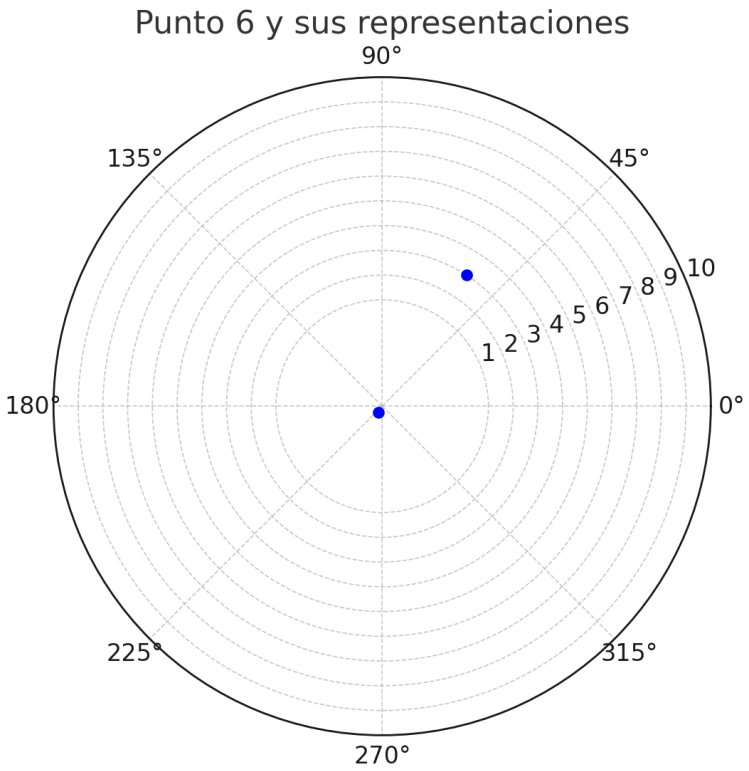
Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (-2, -1.0471975511965976). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

e) Coordenadas Polares (-5, 0) y sus representaciones



Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (-5, 0). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

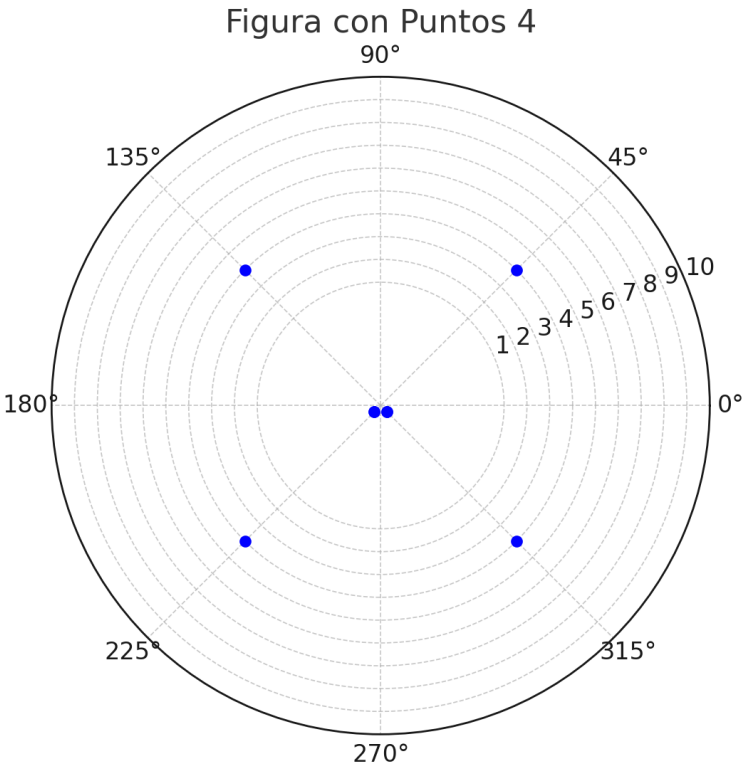
f) Coordenadas Polares (3, 1) y sus representaciones



Descripción: Este es el punto representado en coordenadas polares (3, 1). Las otras representaciones con r < 0 y r > 0 también están incluidas.

3. Determine cuál punto de la figura, P,Q, $R \circ S$, tiene las coordenadas polares.

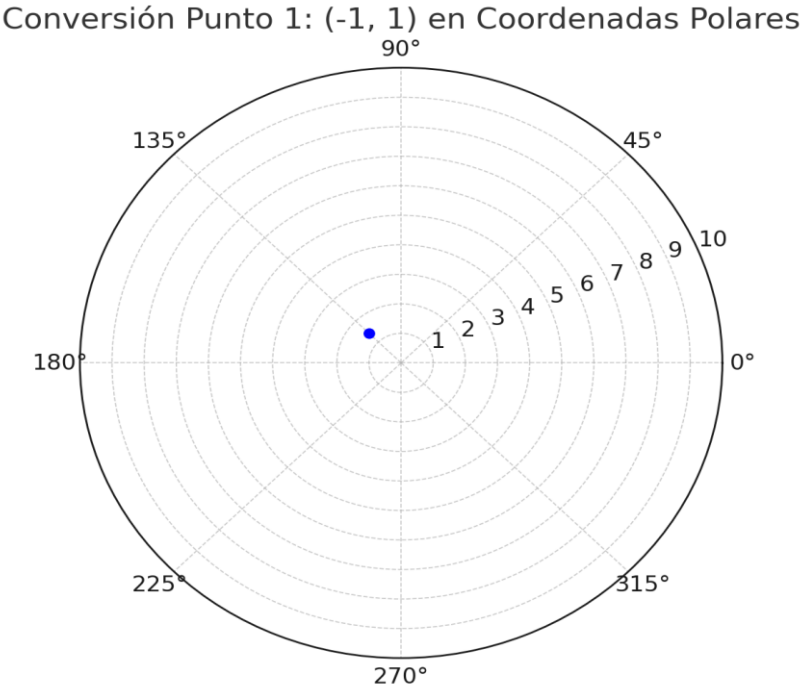
Los siguientes puntos corresponden a las coordenadas polares dadas en la figura.



Descripción: Esta es la figura con los puntos correspondientes a las coordenadas polares.

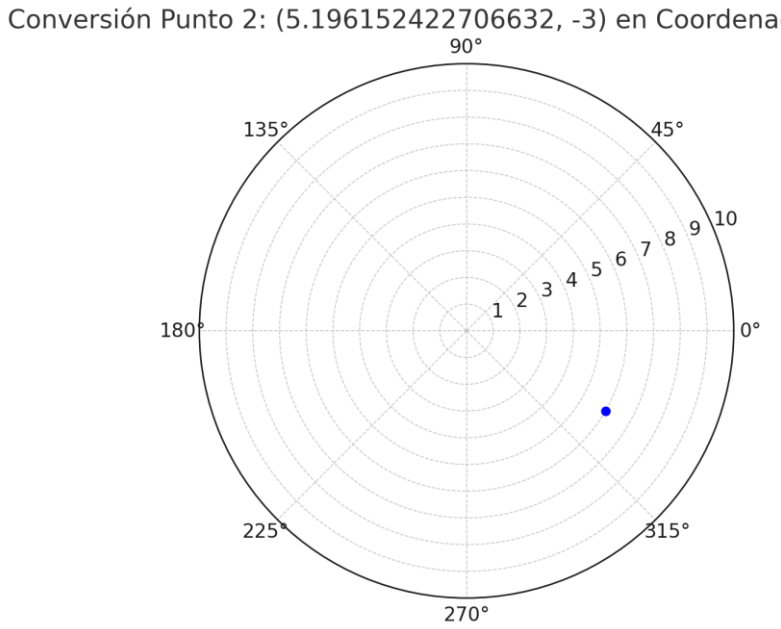
4. Convierta las coordenadas rectangulares en coordenadas polares con $r > 0$ y $0 \leq \theta < 2\pi$

Conversión del punto (-1, 1) en coordenadas rectangulares:



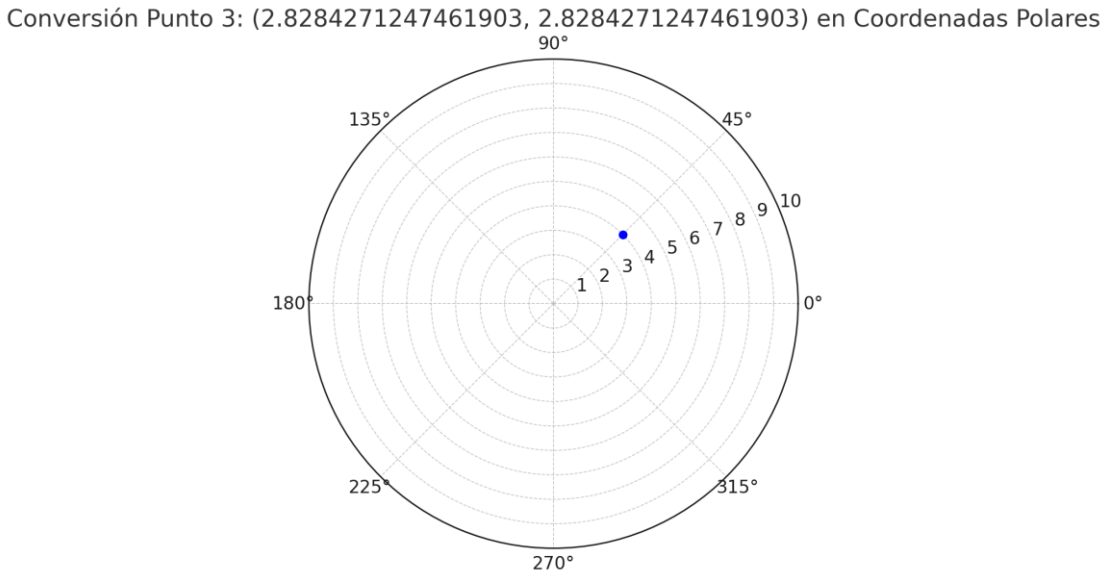
Descripción: El punto (-1, 1) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (1.41, 2.36).

Conversión del punto (5.196152422706632, -3) en coordenadas rectangulares:



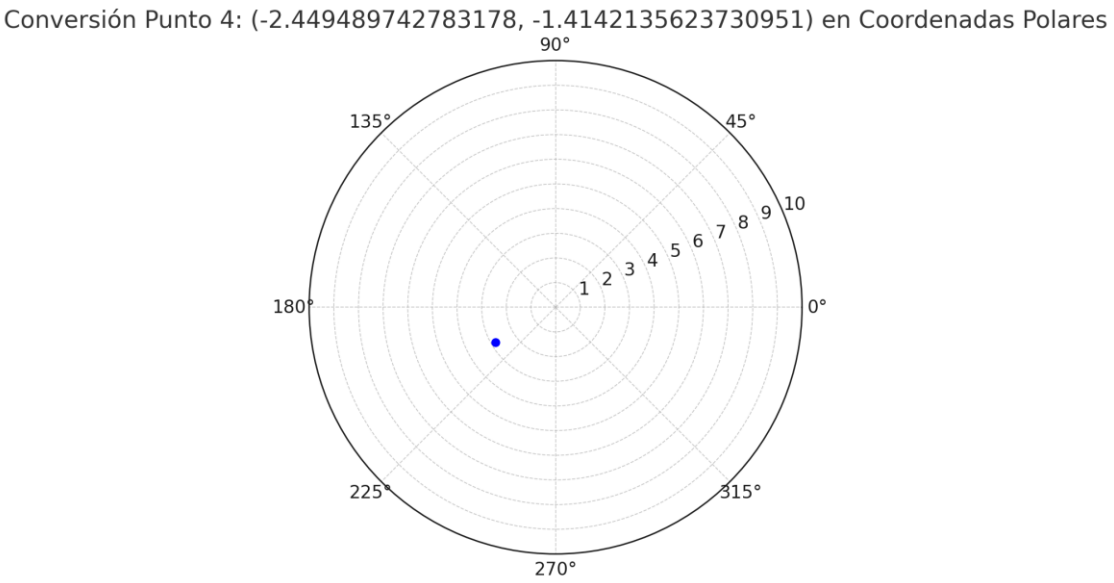
Descripción: El punto (5.196152422706632, -3) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (6.00, 5.76).

Conversión del punto (2.8284271247461903, 2.8284271247461903) en coordenadas rectangulares:



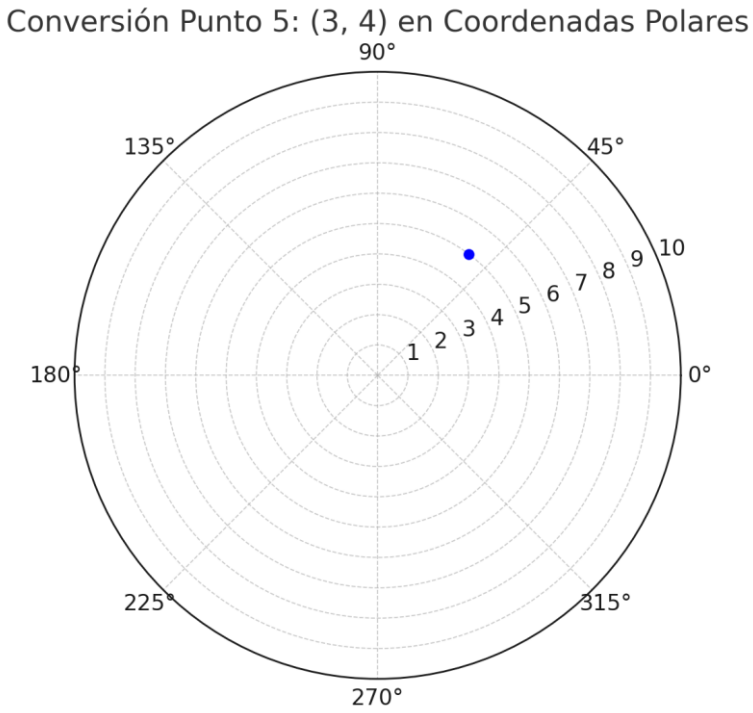
Descripción: El punto (2.8284271247461903, 2.8284271247461903) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (4.00, 0.79).

Conversión del punto (-2.449489742783178, -1.4142135623730951) en coordenadas rectangulares:



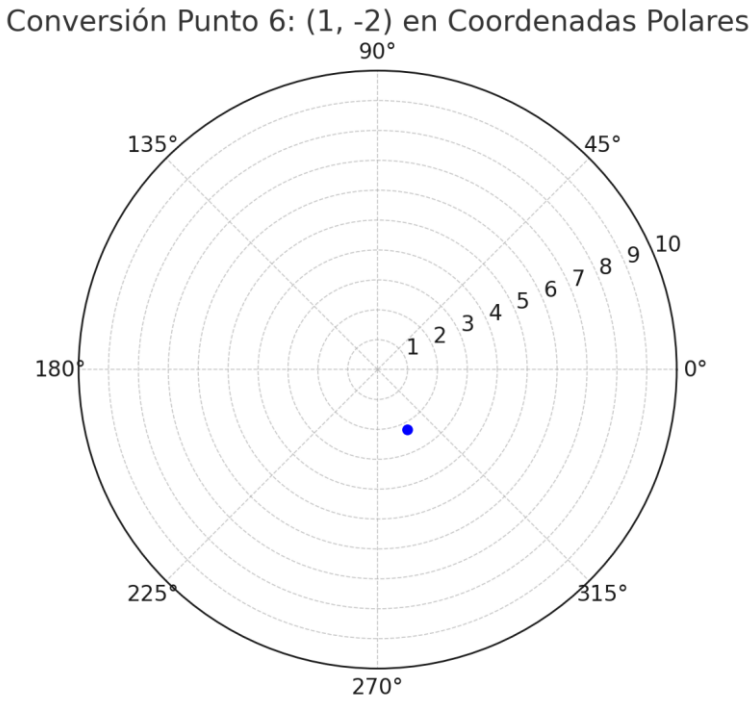
Descripción: El punto (-2.449489742783178, -1.4142135623730951) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (2.83, 3.67).

Conversión del punto (3, 4) en coordenadas rectangulares:



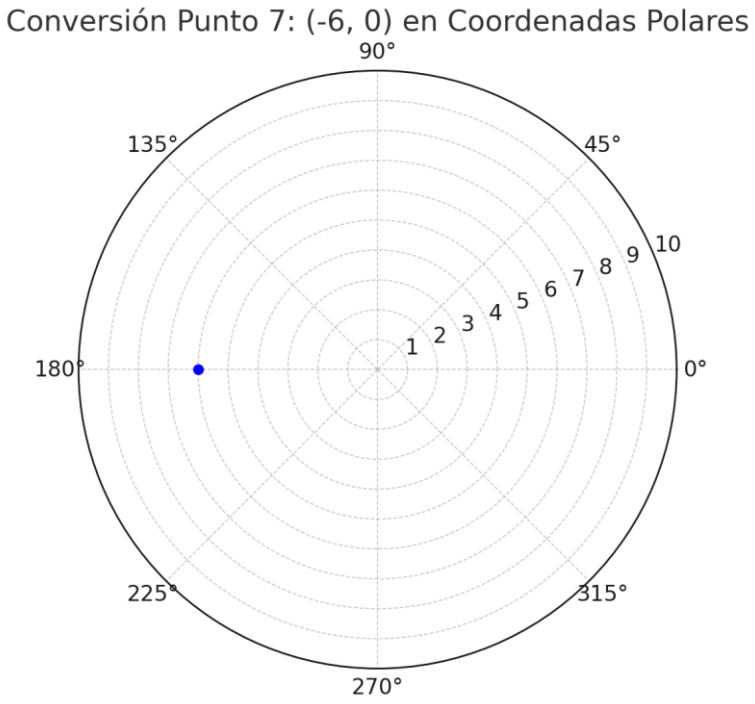
Descripción: El punto (3, 4) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (5.00, 0.93).

Conversión del punto (1, -2) en coordenadas rectangulares:



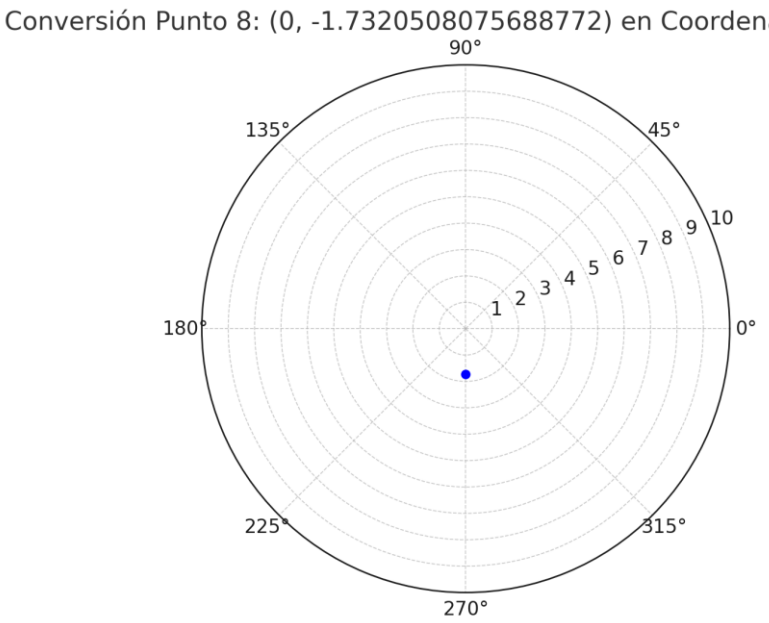
Descripción: El punto (1, -2) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (2.24, 5.18).

Conversión del punto (-6, 0) en coordenadas rectangulares:



Descripción: El punto (-6, 0) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (6.00, 3.14).

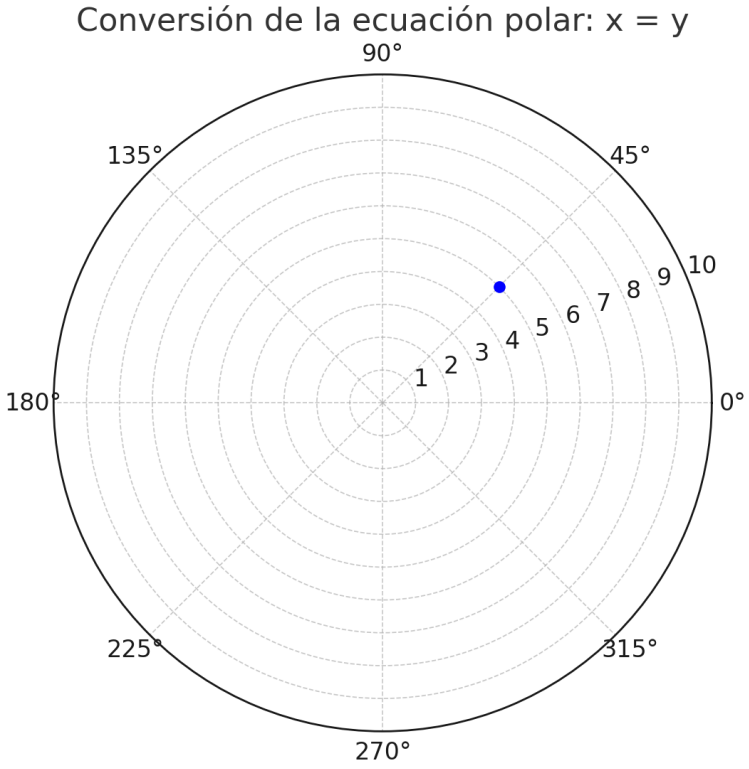
Conversión del punto (0, -1.7320508075688772) en coordenadas rectangulares:



Descripción: El punto (0, -1.7320508075688772) en coordenadas rectangulares se convierte en coordenadas polares como (1.73, 4.71).

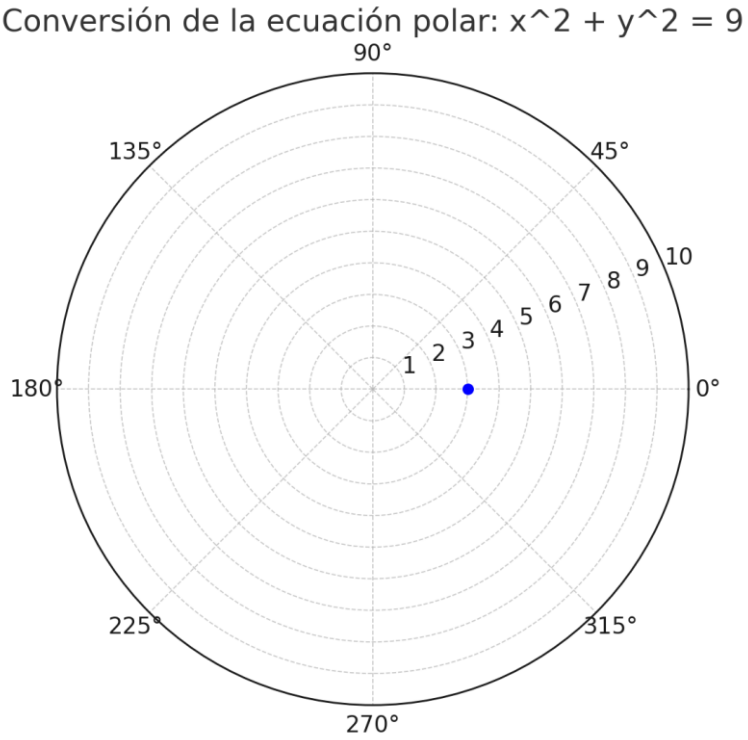
5. Convierta la ecuación a forma polar.

a) Conversión de la ecuación: x = y



Descripción: La ecuación 'x = y' se convierte a la forma polar como: $r\cos(\theta) = r\sin(\theta) \rightarrow r = 0$ o $\theta = \pi/4$

b) Conversión de la ecuación: $x^2 + y^2 = 9$



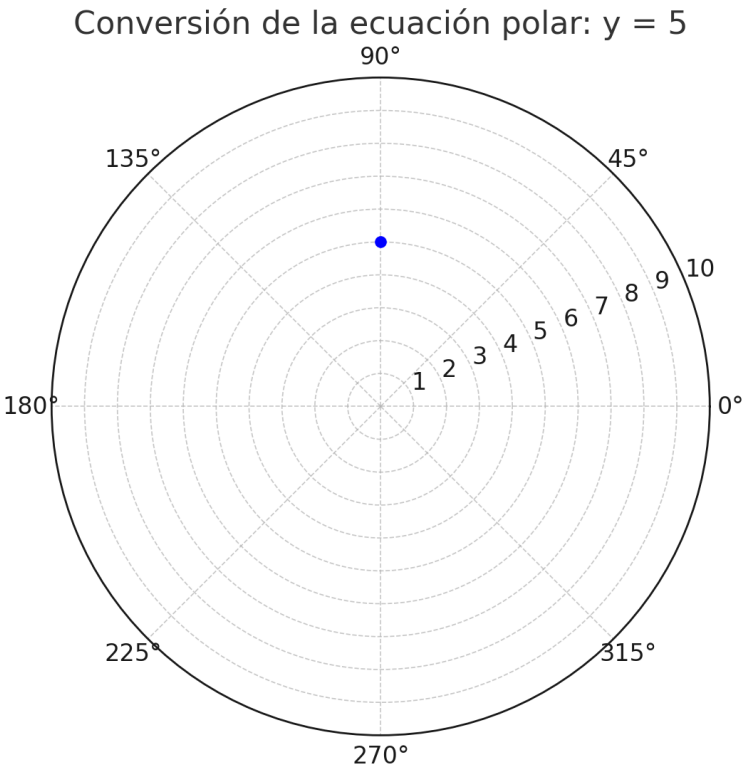
Descripción: La ecuación '$x^2 + y^2 = 9$' se convierte a la forma polar como: r^2 = 9 → r = 3

c) Conversión de la ecuación: $y = x^2$



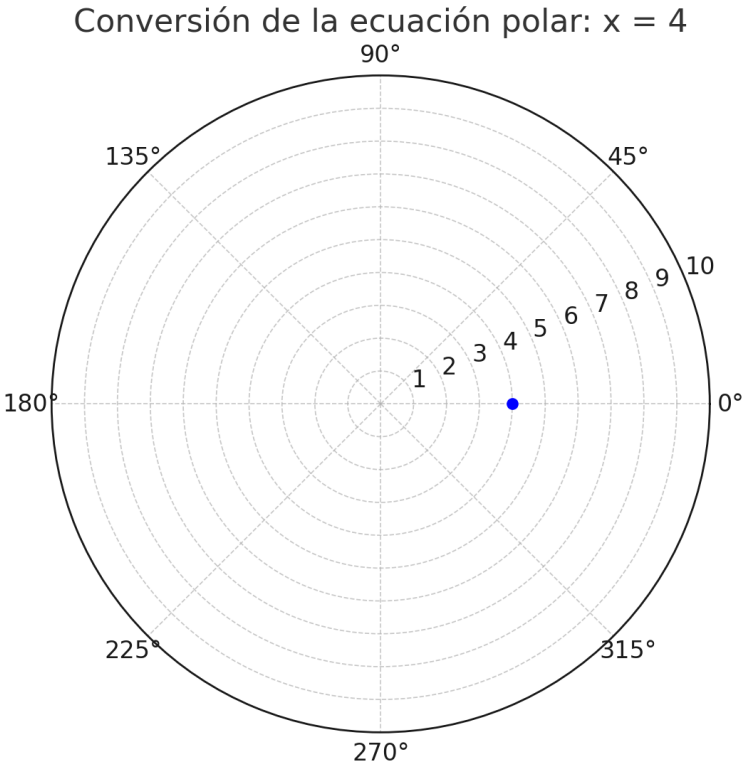
Descripción: La ecuación '$y = x^2$' se convierte a la forma polar como: $r \sin(\theta) = r^2 \cos^2(\theta) \rightarrow r = \sin(\theta)/\cos^2(\theta)$

d) Conversión de la ecuación: y = 5



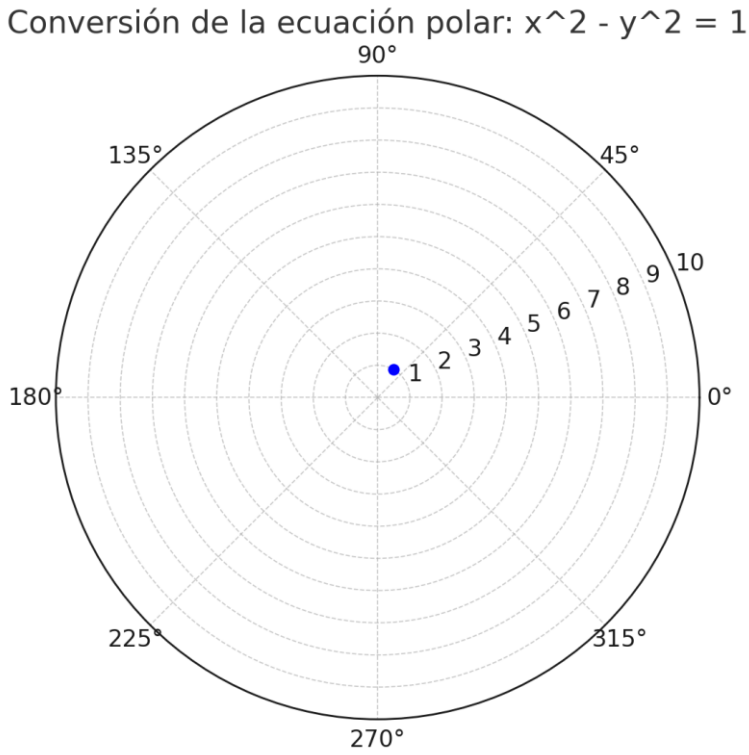
Descripción: La ecuación 'y = 5' se convierte a la forma polar como: r sin(θ) = 5 → r = 5/sin(θ)

e) Conversión de la ecuación: x = 4



Descripción: La ecuación 'x = 4' se convierte a la forma polar como: r cos(θ) = 4 → r = 4/cos(θ)

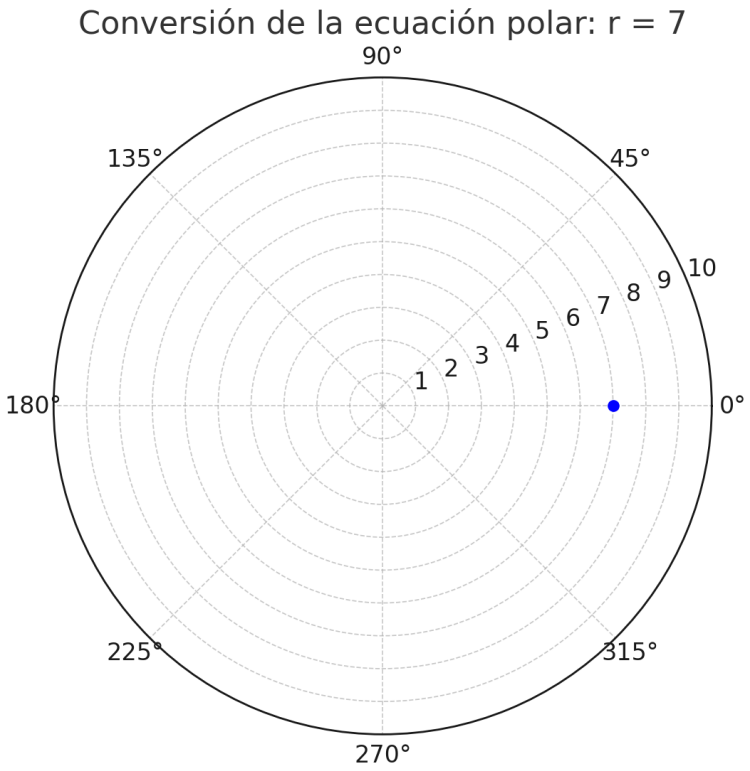
f) Conversión de la ecuación: $x^2 - y^2 = 1$



Descripción: La ecuación '$x^2 - y^2 = 1$' se convierte a la forma polar como: $r^2 \cos^2(\theta) - r^2 \sin^2(\theta) = 1 \rightarrow r^2 (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) = 1 \rightarrow r^2 \cos(2\theta) = 1$

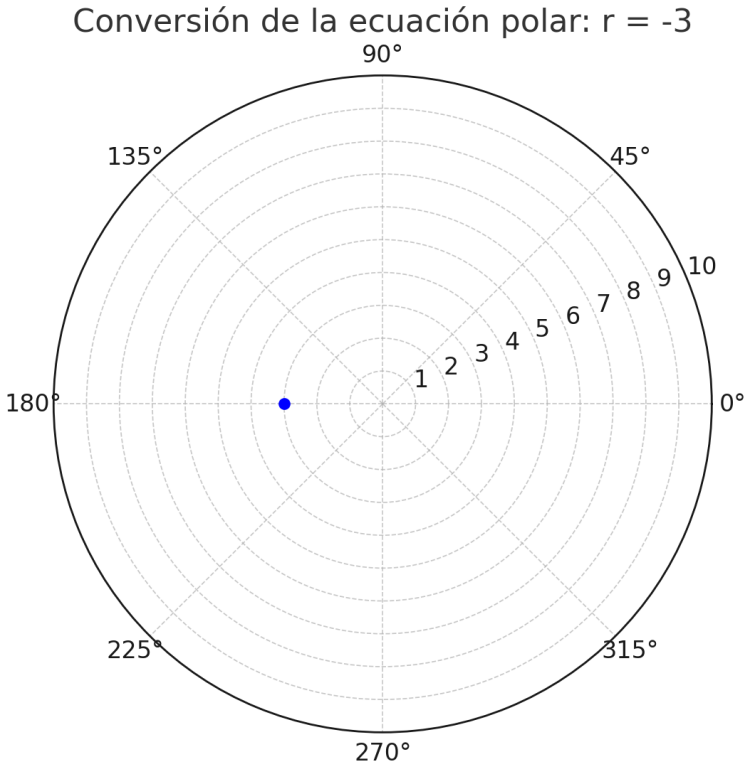
6. Convierta la ecuación polar a coordenadas rectangulares.

a) Conversión de la ecuación: r = 7



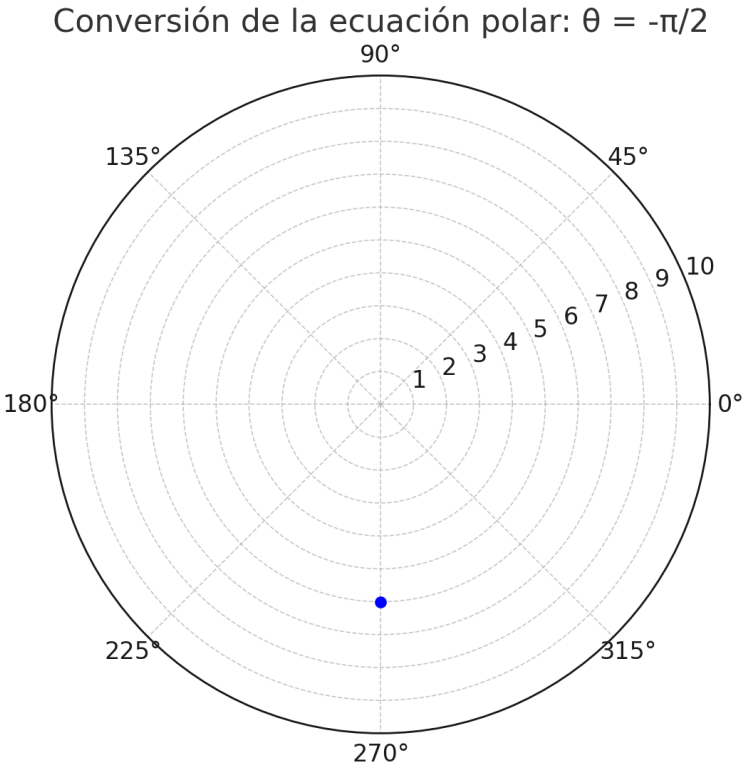
Descripción: La ecuación polar 'r = 7' se convierte en coordenadas rectangulares como: x^2 + y^2 = 49

b) Conversión de la ecuación: r = -3



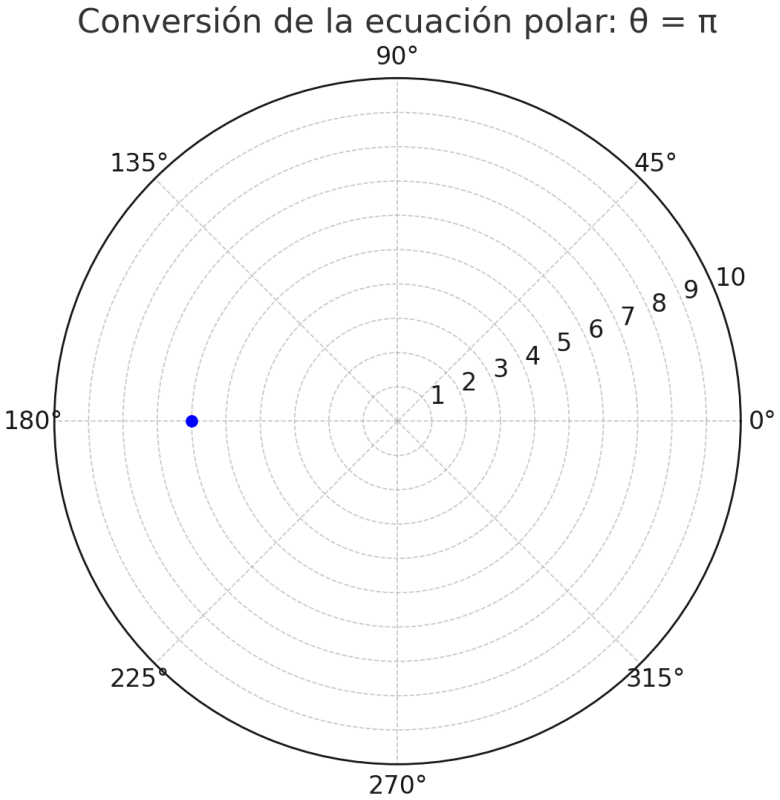
Descripción: La ecuación polar 'r = -3' se convierte en coordenadas rectangulares como: x^2 + y^2 = 9

c) Conversión de la ecuación: θ = -π/2



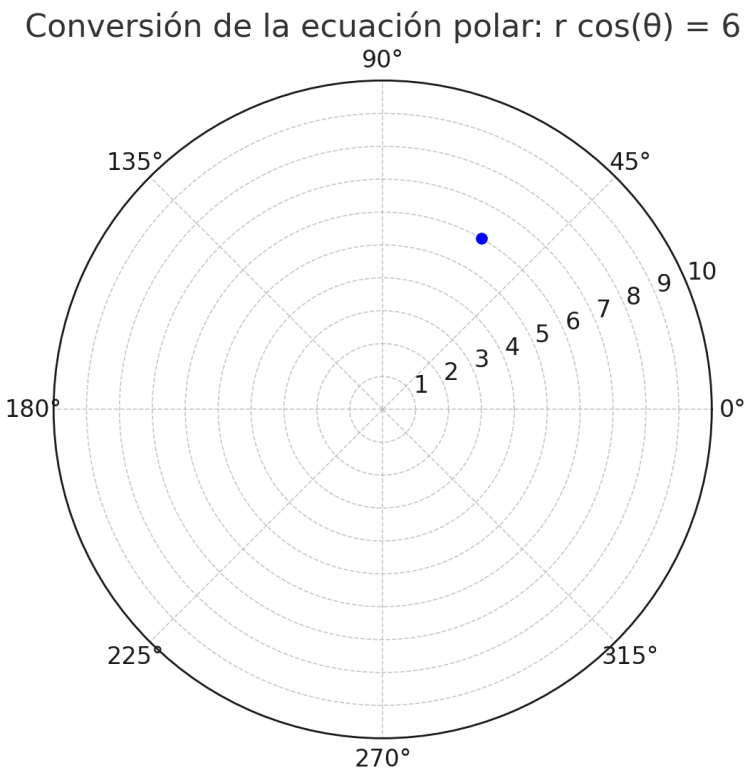
Descripción: La ecuación polar 'θ = -π/2' se convierte en coordenadas rectangulares como: y = -∞ (línea vertical en y)

d) Conversión de la ecuación: θ = π



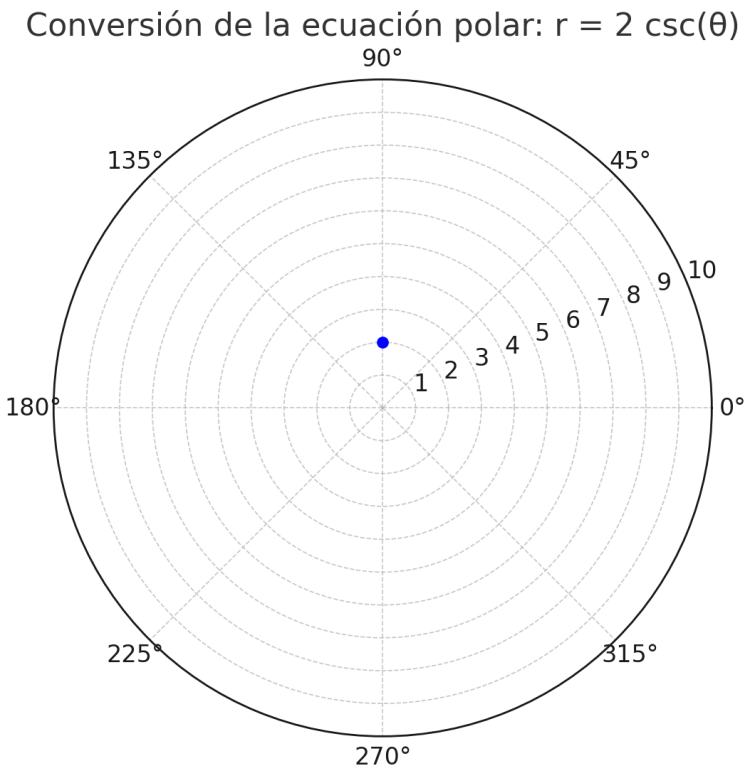
Descripción: La ecuación polar 'θ = π' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = -∞ (línea horizontal en x)

e) Conversión de la ecuación: r cos(θ) = 6



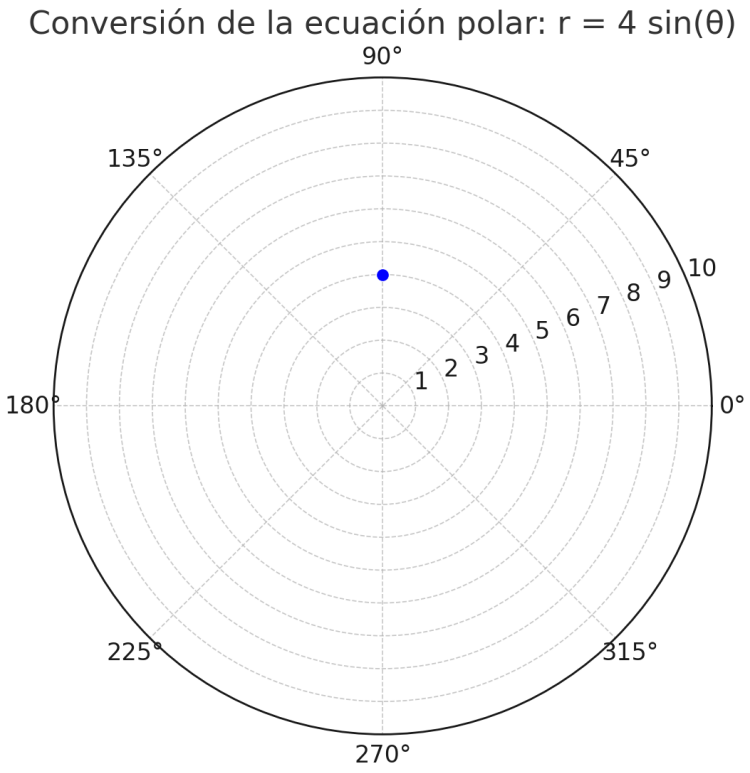
Descripción: La ecuación polar 'r cos(θ) = 6' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 6

f) Conversión de la ecuación: r = 2 csc(θ)



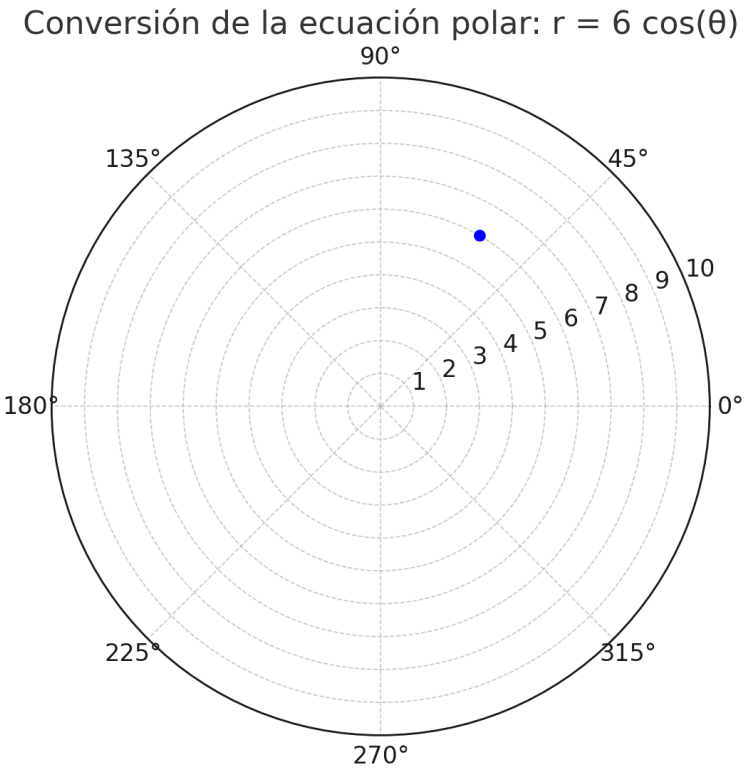
Descripción: La ecuación polar 'r = 2 csc(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: x^2 + y^2 = 4 / sin(θ)

g) Conversión de la ecuación: r = 4 sin(θ)



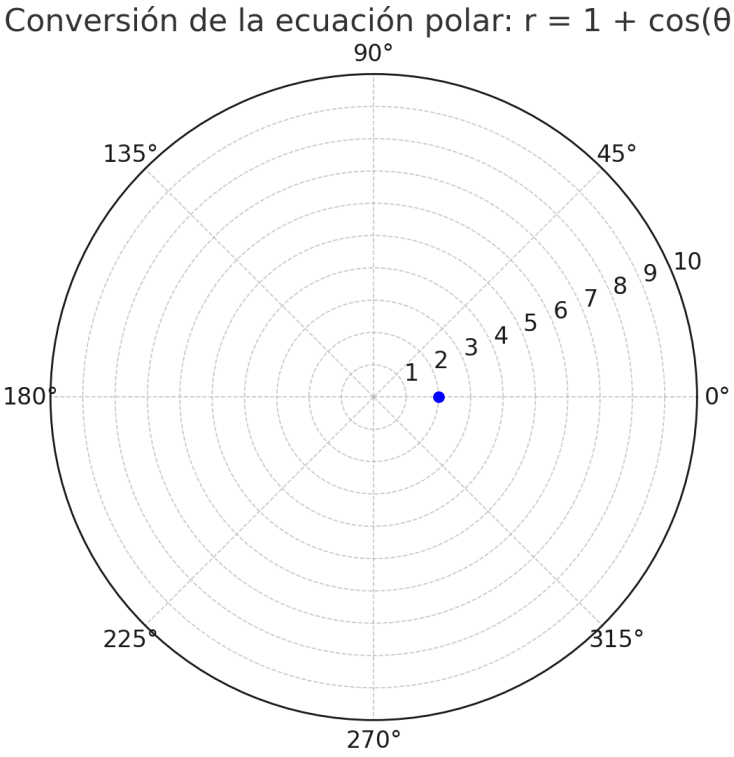
Descripción: La ecuación polar 'r = 4 sin(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: y = 4

h) Conversión de la ecuación: r = 6 cos(θ)



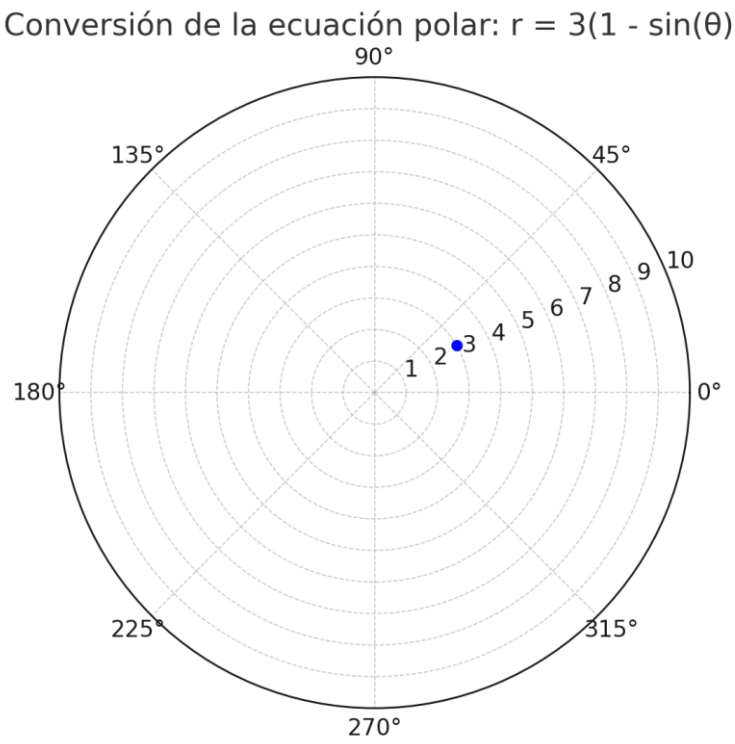
Descripción: La ecuación polar 'r = 6 cos(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 6

i) Conversión de la ecuación: r = 1 + cos(θ)



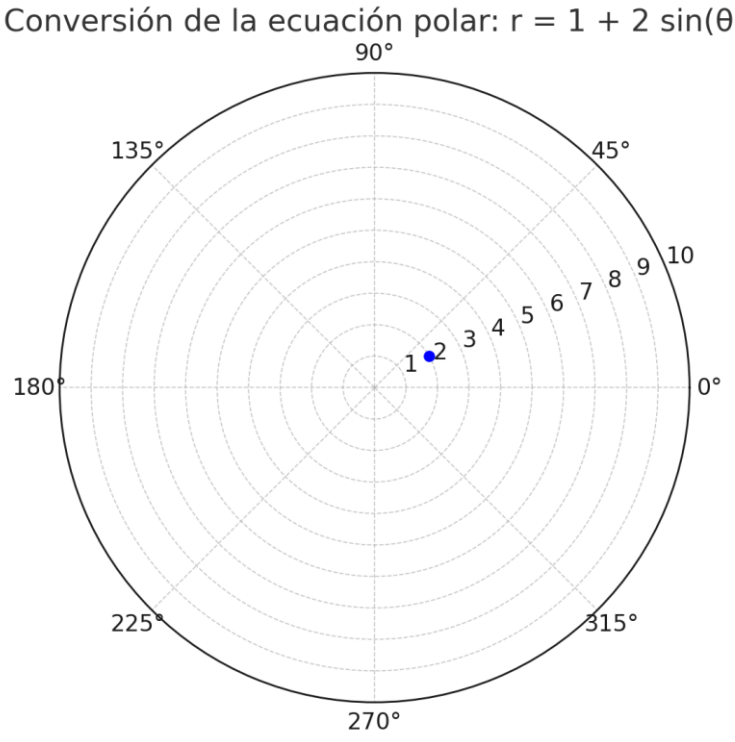
Descripción: La ecuación polar 'r = 1 + cos(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 1 + $\sqrt{(y^2)}$

j) Conversión de la ecuación: r = 3(1 - sin(θ))



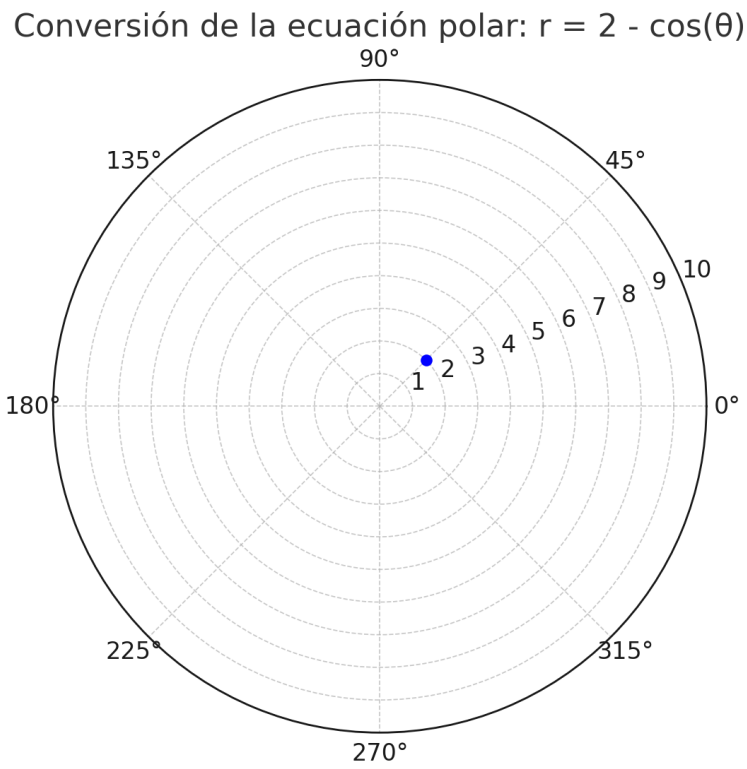
Descripción: La ecuación polar 'r = 3(1 - sin(θ))' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 3 - y

k) Conversión de la ecuación: r = 1 + 2 sin(θ)



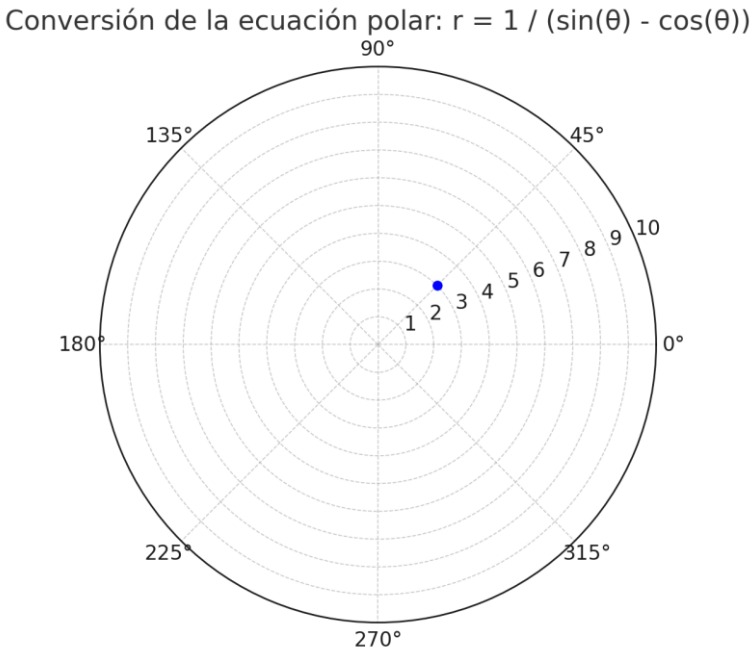
Descripción: La ecuación polar 'r = 1 + 2 sin(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 2 + y

l) Conversión de la ecuación: r = 2 - cos(θ)



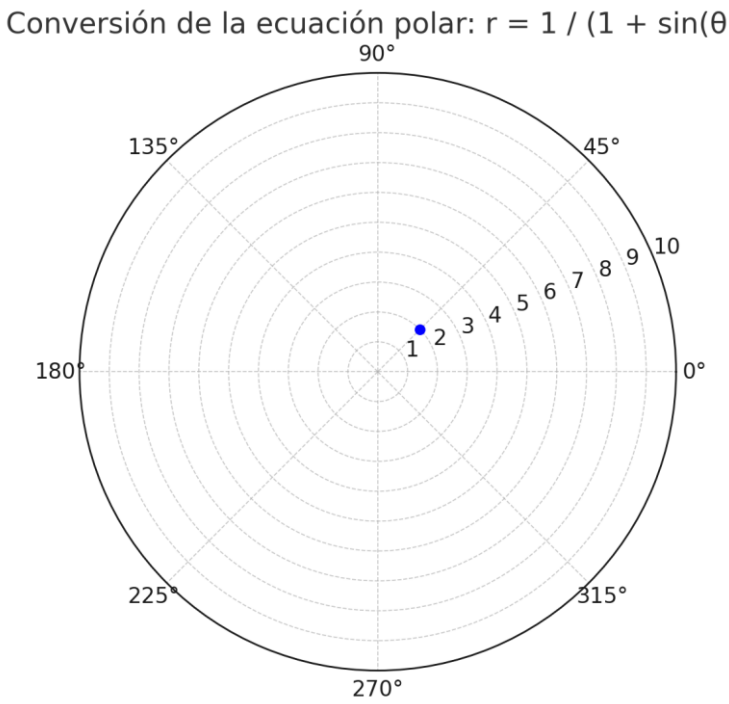
Descripción: La ecuación polar 'r = 2 - cos(θ)' se convierte en coordenadas rectangulares como: x = 2 - $\sqrt{(y^2)}$

m) Conversión de la ecuación: r = 1 / (sin(θ) - cos(θ))



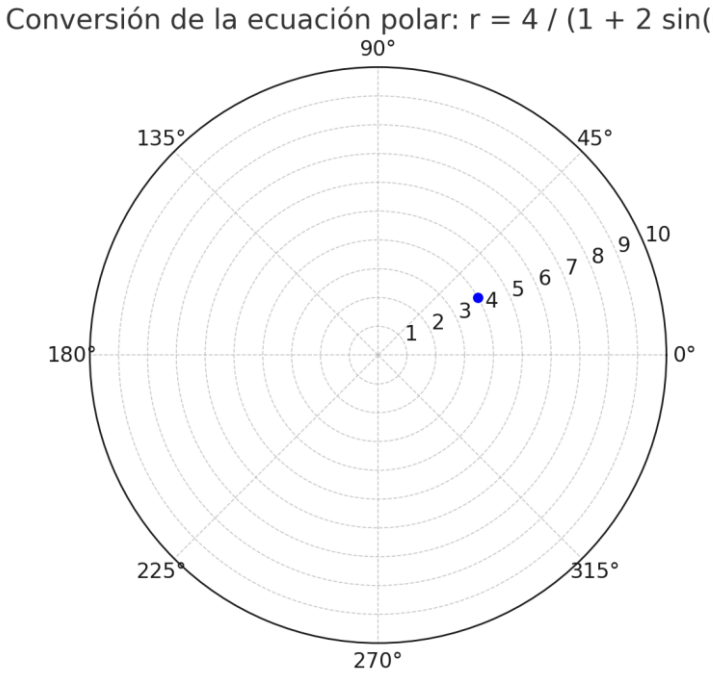
Descripción: La ecuación polar 'r = 1 / (sin(θ) - cos(θ))' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = \sin(\theta) - \cos(\theta)$

n) Conversión de la ecuación: r = 1 / (1 + sin(θ))



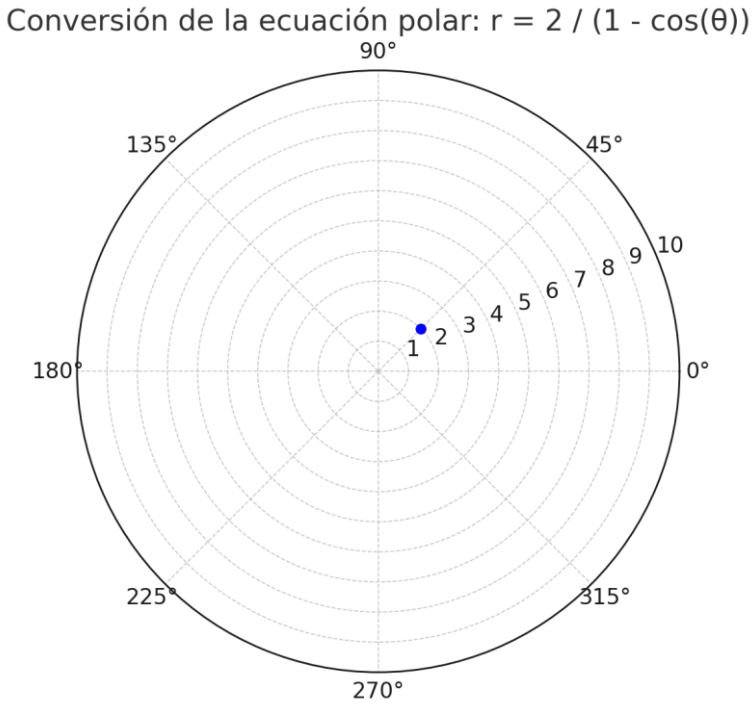
Descripción: La ecuación polar 'r = 1 / (1 + sin(θ))' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = 1 / (1 + \sin(\theta))$

o) Conversión de la ecuación: r = 4 / (1 + 2 sin(θ))



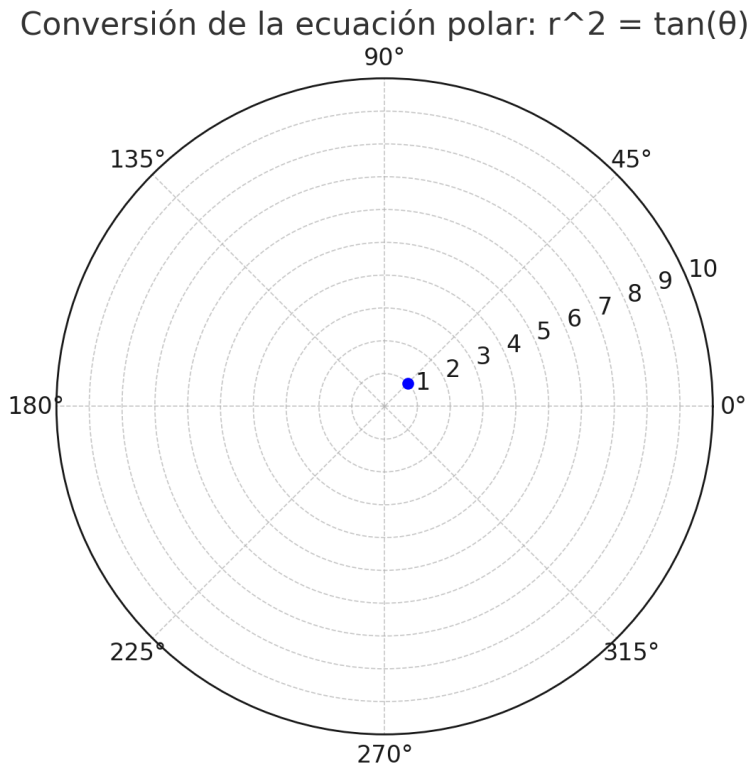
Descripción: La ecuación polar 'r = 4 / (1 + 2 sin(θ))' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = 4 / (1 + 2 \sin(\theta))$

p) Conversión de la ecuación: r = 2 / (1 - cos(θ))



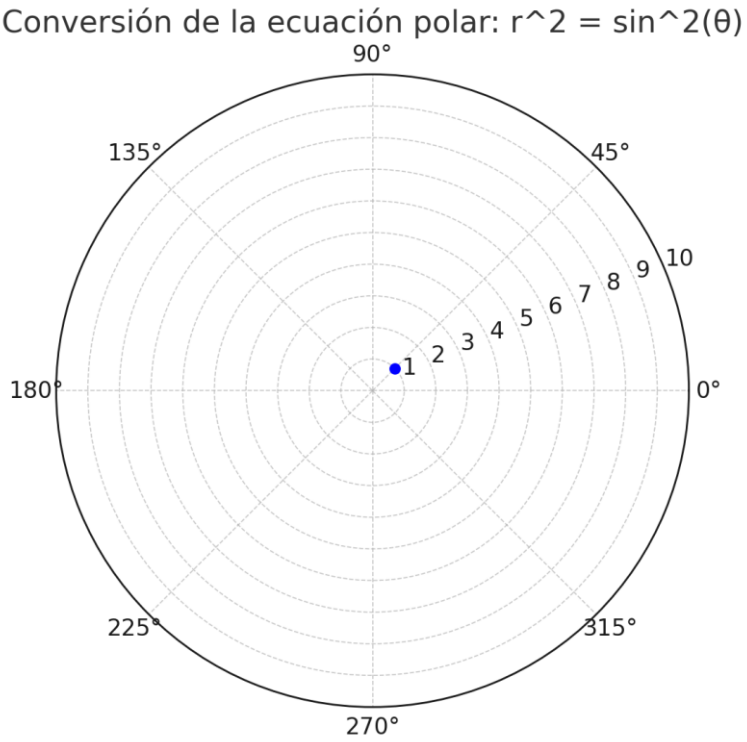
Descripción: La ecuación polar 'r = 2 / (1 - cos(θ))' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = 2 / (1 - \cos(\theta))$

q) Conversión de la ecuación: $r^2 = \tan(\theta)$



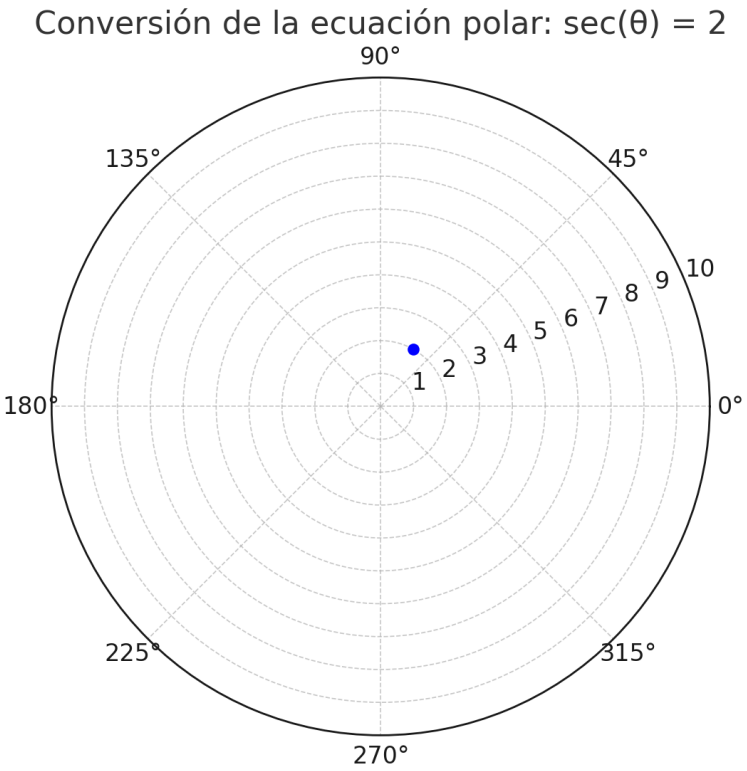
Descripción: La ecuación polar '$r^2 = \tan(\theta)$' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = \tan(\theta)$

r) Conversión de la ecuación: $r^2 = \sin^2(\theta)$



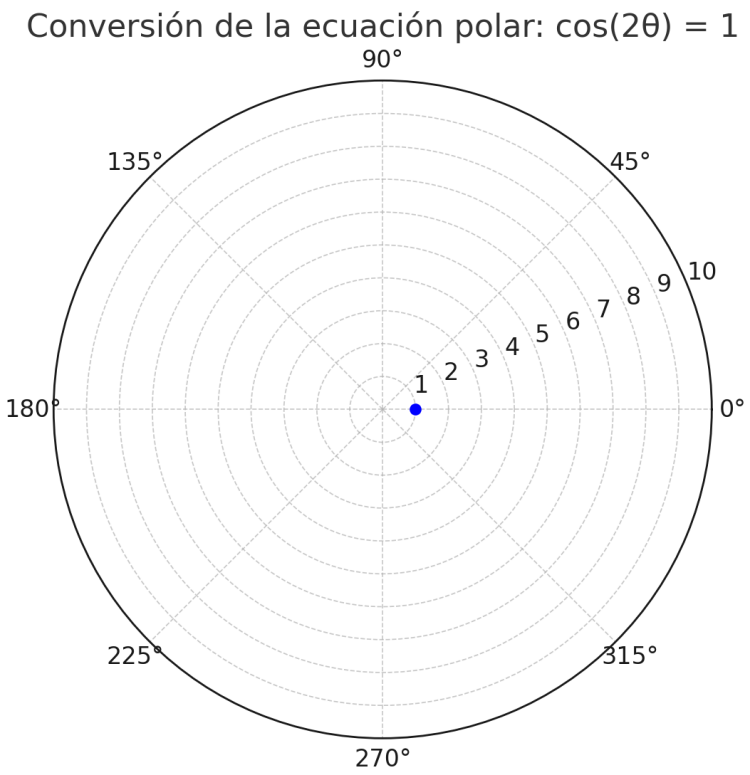
Descripción: La ecuación polar '$r^2 = \sin^2(\theta)$' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = \sin^2(\theta)$

s) Conversión de la ecuación: $\sec(\theta) = 2$



Descripción: La ecuación polar 'sec(θ) = 2' se convierte en coordenadas rectangulares como: x^2 + y^2 = 4

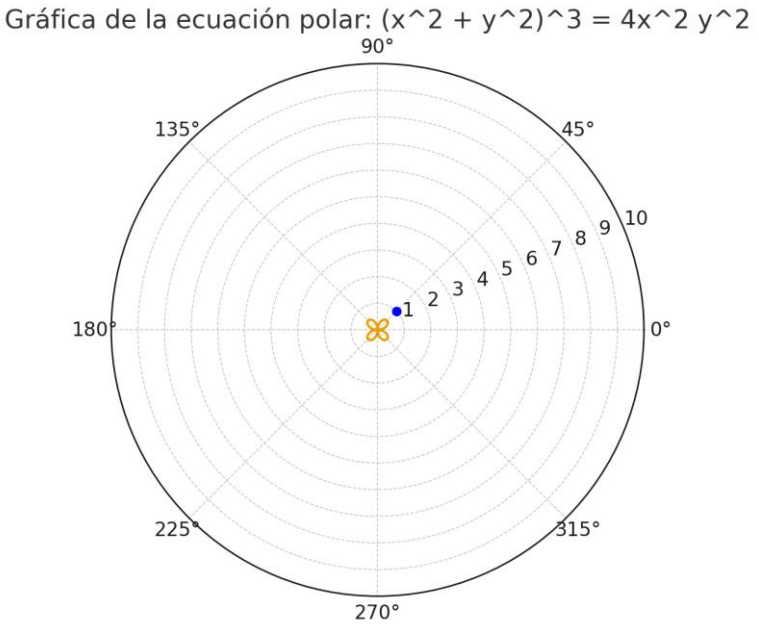
t) Conversión de la ecuación: cos(2θ) = 1



Descripción: La ecuación polar 'cos(2θ) = 1' se convierte en coordenadas rectangulares como: $x^2 + y^2 = 2$

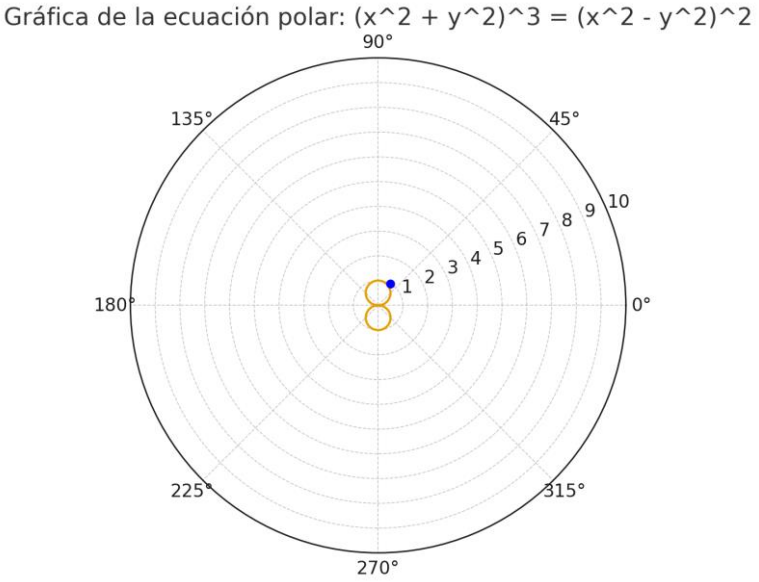
7. Trace una gráfica de la ecuación rectangular. [Sugerencia: Primero convierta la ecuación a coordenadas polares.]

a) Gráfica de la ecuación: $(x^2 + y^2)^3 = 4x^2 y^2$



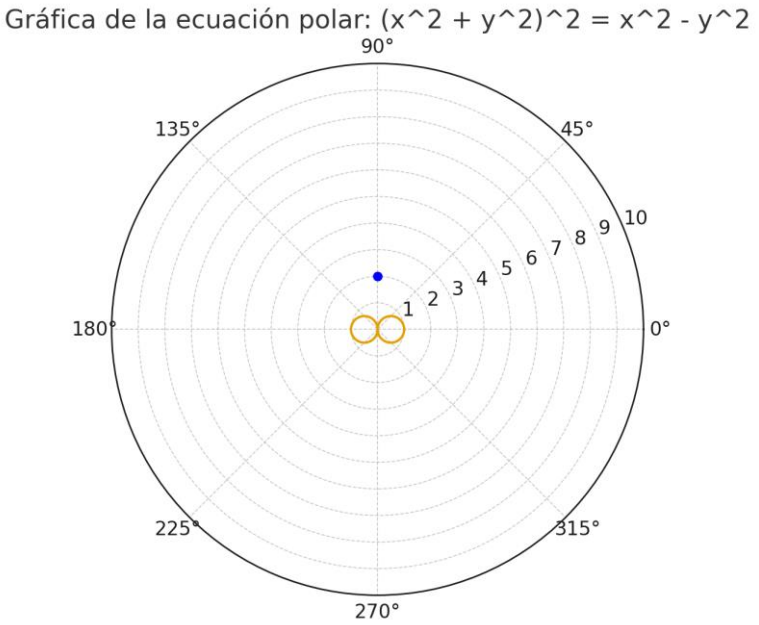
Descripción: La ecuación '$(x^2 + y^2)^3 = 4x^2 y^2$' se convierte a coordenadas polares como: $(x^2 + y^2)^3 = 4x^2 y^2$

b) Gráfica de la ecuación: $(x^2 + y^{2)3} = (x^2 - y^2)^2$



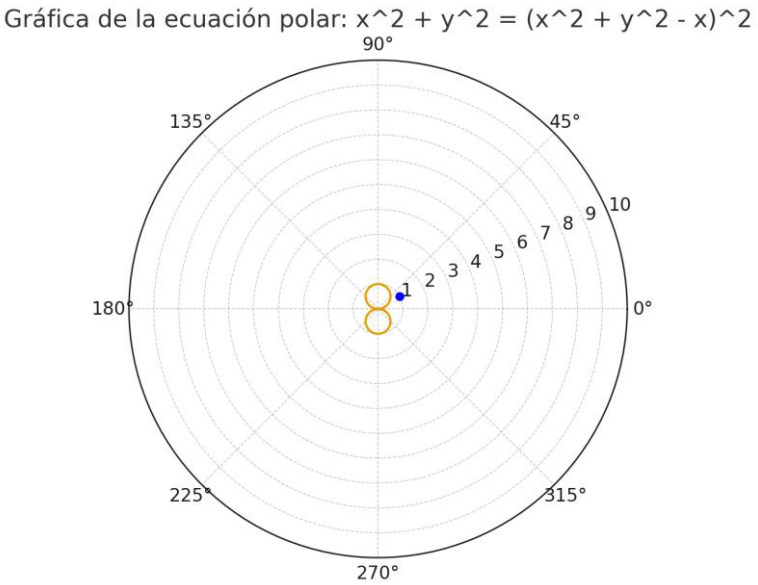
Descripción: La ecuación '$(x^2 + y^2)^3 = (x^2 - y^2)^2$' se convierte a coordenadas polares como: $(x^2 + y^2)^3 = (x^2 – y^2)^2$

c) Gráfica de la ecuación: $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y2$



Descripción: La ecuación '$(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$' se convierte a coordenadas polares como: $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

d) Gráfica de la ecuación: $x^2 + y^2 = (x^2 + y^2 - x)^2$



Descripción: La ecuación '$x^2 + y^2 = (x^2 + y^2 - x)^2$' se convierte a coordenadas polares como: $x^2 + y^2 = (x^2 + y^2 - x)^2$

- **Incluir al menos dos situaciones problemáticas contextualizadas en ingeniería, resaltando cómo los conceptos de números reales y expresiones racionales se aplican en problemas reales.**

Situación Problemática 1: Caudal de agua en una tubería (Ingeniería Civil / Ambiental)

En una planta de tratamiento de agua, el caudal que pasa por una tubería principal depende de la apertura de una válvula de regulación. Experimentalmente se ha obtenido el siguiente modelo para el caudal Q(x), medido en litros por segundo, en función de la apertura x de la válvula (en centímetros):

$Q(x) = 50x / (x + 2)$

1. Calcule el caudal cuando la válvula está abierta x = 3 cm.

2. ¿Qué ocurre con el caudal cuando la apertura x crece mucho (tiende a valores grandes)?

Aplicación de números reales y expresiones racionales:
El modelo $Q(x) = 50x / (x + 2)$ es una expresión racional, porque es el cociente de dos polinomios en la variable real x. Los valores de x y Q(x) son números reales que representan magnitudes físicas medibles: longitud (apertura de válvula) y caudal.

Cálculo y comentario:

1. Para x = 3:

$Q(3) = (50 * 3) / (3 + 2) = 150 / 5 = 30$ L/s

2. Cuando x es muy grande, el término +2 es pequeño comparado con x, y el cociente se aproxima a:

$Q(x) \approx 50$ L/s

En esta situación, las expresiones racionales permiten modelar el comportamiento del caudal en función de la apertura de la válvula, y los números reales representan valores continuos de apertura y caudal que el ingeniero usa para diseñar y operar la planta con seguridad y eficiencia.

Situación Problemática 2: Tensión en un circuito eléctrico (Ingeniería Eléctrica)

En un circuito eléctrico simple, una fuente de corriente I alimenta en serie dos resistencias: $R_1 = 4\ \Omega$ y $R_2 = 6\ \Omega$. La tensión en la resistencia R_2 depende de la corriente I que circula por el circuito. La tensión en R_2 se modela como:

$V_2(I) = I * R_2 = 6I$

Por otro lado, la fuente de tensión máxima disponible es de 24 V, y la tensión total en el circuito viene dada por:

$V_{total}(I) = I * (R_1 + R_2) = 10I$

1. Encuentre la corriente máxima I_{max} que puede circular sin superar los 24 V de la fuente.

2. Exprese la razón entre la tensión en R_2 y la tensión total del circuito como una expresión racional y evalúela para esa corriente máxima.

Aplicación de números reales y expresiones racionales:
La corriente I y las tensiones V_2, V_{total} son números reales que representan

magnitudes físicas continuas (corriente en amperios, tensión en voltios). La razón entre tensiones es una expresión racional en términos de I:

$V_2(I) / V_{total}(I) = (6I) / (10I) = 3 / 5$

Cálculo y comentario:

1. Corriente máxima:

$V_{total}(I) = 10I \leq 24 \rightarrow I_{max} = 24 / 10 = 2.4$ A

2. Razón entre la tensión en R_2 y la tensión total:

$V_2(I) / V_{total}(I) = (6I) / (10I) = 3 / 5 = 0.6$

En esta situación, los números reales permiten calcular corrientes y tensiones concretas que garantizan que el circuito no exceda la capacidad de la fuente. La expresión racional muestra de forma simple cómo se distribuye la tensión entre componentes, lo que ayuda al ingeniero a dimensionar el circuito.

CONCLUSIONES

Importancia de los Números Reales y Expresiones Racionales
En los problemas de ingeniería, los **números reales** y las **expresiones racionales** son fundamentales para modelar y resolver situaciones prácticas que involucran magnitudes continuas. Estas herramientas matemáticas permiten a los ingenieros describir con precisión fenómenos físicos y sistemas complejos, facilitando la toma de decisiones informadas.

Aplicación en la Ingeniería
A través de los ejemplos presentados, se ha demostrado cómo las expresiones racionales permiten representar relaciones entre variables de manera simplificada, lo que es crucial para la optimización de procesos y la garantía de resultados confiables. En el caso del caudal en una tubería o la distribución de tensiones en un circuito eléctrico, las expresiones racionales y los números reales proporcionan la base para realizar cálculos precisos y asegurar la eficiencia de los sistemas.

Optimización y Solución de Problemas Complejos
El uso adecuado de estos conceptos matemáticos contribuye directamente a la **optimización** de sistemas en ingeniería, como el diseño de circuitos eléctricos, plantas de tratamiento de agua, o la planificación de infraestructura. Además, estas herramientas permiten simular diversos escenarios, evaluar su viabilidad y realizar ajustes antes de la implementación real.

Fundamento para Innovación y Desarrollo
La correcta aplicación de los números reales y las expresiones racionales no solo asegura la funcionalidad y seguridad de los sistemas, sino que también abre puertas a la innovación en ingeniería, donde las soluciones a problemas complejos se basan en una comprensión profunda de las relaciones matemáticas que rigen el comportamiento de los sistemas.

REFERENCIAS

Stewart, J. (2015). Cálculo de una variable (7.ª ed.). Cengage Learning.

Larson, R., & Edwards, B. H. (2012). Cálculo y geometría analítica (10.ª ed.). McGraw-Hill.

Apostol, T. M. (2007). Cálculo: Volumen 1 (2.ª ed.). Wiley.

Kreyszig, E. (2011). Matemáticas avanzadas para ingeniería (10.ª ed.). Wiley.

Heaviside, O. (2018). Teoría matemática de las redes de transmisión. Cambridge University Press.

Blanchard, S., & Krantz, S. G. (2006). Mathematical methods for engineers and scientists. Wiley.